

# **Superficies de interacción y dimensionamiento de elementos de hormigón armado sometidos a flexión oblicua con solicitación axial**

**Mg. Ing. María Inés Figueroa**

**Ing. D.I.C. Roberto O. Cudmani<sup>45</sup>**

*f.mariaines@gmail.com, rcudmani@herrera.unt.edu.ar*

## **Resumen**

Se presenta en este trabajo una solución al problema de la flexión oblicua combinada con solicitación axial en secciones de hormigón armado de forma rectangular, hueca, sección L, para disposiciones alternativas de armadura. Estos casos de dimensionado han sido considerados con frecuencia a través de aproximaciones.

Se propone un procedimiento para la confección de Superficies de Interacción, posibilitando la obtención de diagramas para usar indistintamente en el dimensionado o en la verificación de secciones y armaduras.

Asimismo, conocidos los esfuerzos que actúan en la sección, es factible determinar las armaduras y las deformaciones asociadas a una configuración de rotura (DIN 1045) o a las resistencias de diseño (CIRSOC 201). El procedimiento utilizado permite la resolución del problema en forma iterativa, a través de verificaciones sucesivas.

El método es exacto, estando basado en la integración de las tensiones internas resultantes en la sección en función de la configuración posible.

**Palabras Claves:** Carga Axial - Flexión oblicua – Ábacos de Interacción – Superficies de Interacción - Hormigón Armado – Dimensionado.

---

<sup>45</sup> Este trabajo es un resumen del presentado en las XVIII Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural (Buenos Aires, 2004). María I. FIGUEROA es Ing. en Construcciones, Ing. Civil, Magíster en Ingeniería Estructural. Roberto O. CUDMANI es Ing. en Construcciones, Ing. Civil, D.I.C. (Diplom of the Imperial College of London), Becario de la Fundación Alexander von Humboldt en las Universidades de Munich y Karlsruhe (Alemania), Profesor Emérito de la Universidad Católica de Salta, Profesor Titular de la Universidad Nacional de Tucumán.

## Notación

$\beta_r$	Resistencia característica del hormigón.
$\varepsilon_{b,sup}$	Deformación del hormigón, en la fibra extrema superior.
$\varepsilon_{b,inf}$	Deformación del hormigón, en la fibra extrema inferior.
$\varepsilon_{inf}$	Deformación conocida inferior, en el extremo inferior analizado según eje Y'.
$\varepsilon_{e,inf}$	Deformación que sufre la barra de acero.
$\gamma_s$	Coefficiente de seguridad.
$\bar{\mu}$	Cuantía mecánica.
$\sigma_b$	Tensión en el hormigón.
$\sigma_b(y_n)$	Tensión en el hormigón, en función de la distancia al Eje Neutro.
$\sigma_{e,a}$	Tensión en la barra de acero a
$\sigma_{s,a}$	Tensión en la barra de acero a
$A_e, A_i$	Áreas exterior e interior comprimidas de la sección en estudio.
$A_{s,a}$	Sección de la barra de acero a.
$b$	Ancho de la Sección.
$C$	Esfuerzo normal en la sección.
$C_b$	Esfuerzo normal en el hormigón.
$C_a = A_{s,a} \sigma_{s,a}$	Esfuerzo normal en la barra de acero a.
$d$	Altura de la sección.
$e$	Excentricidad con la que actúa $N$ .
$e_x$	Excentricidad en dirección x-x.
$e_y$	Excentricidad en dirección y-y.
$E_s$	Módulo de Elasticidad del acero.
$E. N.$	Eje Neutro.
$f'_c$	Resistencia especificada a la compresión del hormigón.
$f_y$	Tensión de fluencia especificada de la armadura.
$Fe_a$	Sección de la barra de acero a.
$y_{n,EN}$	Posición del E. N. medida desde el borde superior.
$y'_{sup}$	Coordenada proyectada del borde superior de la sección sobre eje Y'.
$y'_{inf}$	Coordenada proyectada del borde inferior de la sección sobre eje Y'.
$n$	Esfuerzo axial reducido.
$na$	Cantidad de barras a colocar
$N$	Fuerza normal solicitante.
$N_a = Fe_a \sigma_{e,a}$	Esfuerzo normal en la barra a.
$N_b$	Resultante de compresión de la sección.
$M$	Momento solicitante.
$M_G$	Momento resistente que se genera en la sección.
$M_{G,a}$	Momento que genera cada una de las barras de acero.
$M_{G,b}$	Momento generado por el hormigón con respecto al centro de gravedad.
$m_x$	Esfuerzo reducido en la dirección x-x.
$M_x$	Momento solicitante según dirección x-x.

$m_y$	Esfuerzo reducido en la dirección y-y.
$M_y$	Momento solicitante según dirección y-y.
$q$	Cantidad de barras que componen la cuantía mecánica que se analiza $\bar{\mu}$ .
$q_a$	Porcentaje de la sección interviniente en el cálculo de la cuantía mecánica $\bar{\mu}$ .
$v$	Vértices de la sección.
$(x_a; y_a)$	Coordenadas del punto A, según ejes coordenados X-Y.
$(x'_a; y'_a)$	Coordenadas del punto A, según ejes coordenados X'-Y'.
$x_n _{r,inf}(y_n)$	Ecuación de la recta límite inferior de la sección exterior, en función de $y_n$ .
$x_n _{r,sup}(y_n)$	Ecuación de la recta límite superior de la sección exterior, en función de $y_n$ .
$y_0$	Límite inferior, según eje $Y_n$ , de la zona de compresión a integrar.
$y_n _{b,sup}$	Límite superior, según eje $Y_n$ , de la zona de compresión a integrar.

## Hipótesis

El análisis se lleva a cabo considerando una configuración de rotura, según la norma DIN 1045 y siguiendo los lineamientos dados por el reglamento CIRSOC 201.

Según lo establecido en la norma DIN 1045, se consideran las siguientes hipótesis:

- Las secciones de hormigón se mantienen planas después de la deformación. Esto implica que las deformaciones en las distintas fibras de la sección resultan proporcionales a la distancia al eje neutro.
- Adherencia perfecta entre hormigón y acero. Las barras de acero están sujetas a deformaciones iguales a las que sufren las fibras del hormigón adyacente.
- Se desprecia la resistencia a la tracción del hormigón, debiéndose colocar armaduras para absorber tales esfuerzos.
- La ley constitutiva  $\sigma - \varepsilon$  que se acepta para caracterizar el comportamiento del hormigón es la parábola-rectángulo, Fig. 1 (A) y para el acero una trayectoria bilineal, Fig. 1 (B).

$$\sigma_b = \begin{cases} \beta_r \left( \varepsilon_b + \frac{\varepsilon_b^2}{4} \right); & \text{si } -2\% \leq \varepsilon_{b,sup} \leq 0 \\ -\beta_r & ; \text{si } -3.5\% \leq \varepsilon_{b,sup} \leq -2\% \\ 0; & \text{si } \varepsilon_{b,sup} > 0 \end{cases} \quad (1)$$

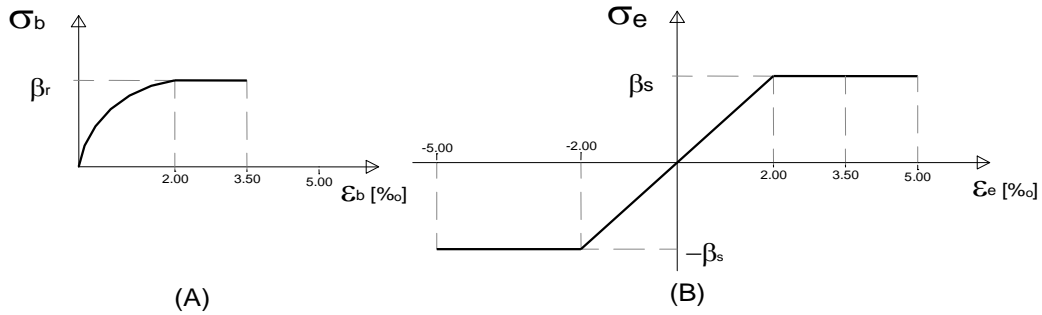


Figura 1. Diagramas Tensión-Deformación para: (A) Hormigón – (B) Acero

$$\sigma_e = \begin{cases} E \varepsilon_e ; & \text{si } -2 \% \leq \varepsilon_e \leq 2 \\ \beta_s ; & \text{si } 2 \% \leq \varepsilon_e \leq 5 \% \\ -\beta_s ; & \text{si } -5 \% \leq \varepsilon_e \leq -2 \% \end{cases} \quad (2)$$

- El coeficiente de seguridad que se considera variará según la deformación que sufra la barra de acero más traccionada  $\varepsilon_{e,inf}$  de acuerdo a la siguiente regla:

$$\gamma_s = \begin{cases} 2.1 & ; \text{si } \varepsilon_{e,inf} < 0 \\ 2.1 - \frac{0.35}{3} |\varepsilon_{e,inf}| & ; \text{si } 0 \% \leq \varepsilon_{e,inf} \leq 3 \% \\ 1.75 & ; \text{si } \varepsilon_{e,inf} > 3 \% \end{cases} \quad (3)$$

Las deformaciones límites características definen diversos dominios, que se muestran en la Figura 2.

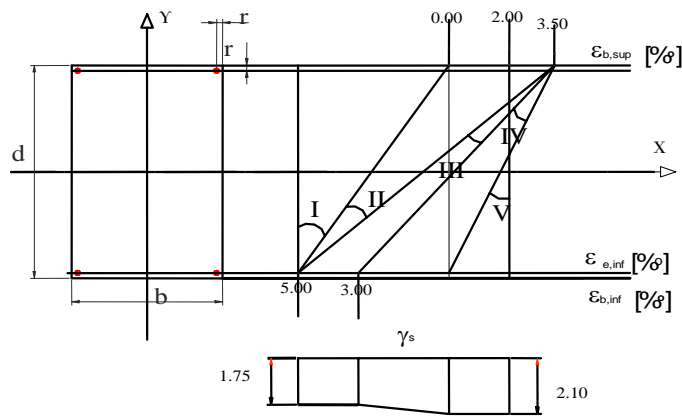


Figura 2. Deformaciones Límites Características

## Método de Dimensionamiento

### Características de la sección

Se trabaja con un sistema principal de ejes coordenados ortogonales  $X-Y$ , con origen en el centro de gravedad de la sección, al cual se refieren las coordenadas de los vértices de las secciones: exterior  $(x_{e,k}; y_{e,k})$ , con  $k=1, \dots, v$  e interior, que delimita la parte hueca de la sección  $(x_{i,k}; y_{i,k})$ , con  $k=1, \dots, v$ , y las coordenadas de las barras de armaduras  $(x_{a_j}; y_{a_j})$ , con  $j=1, \dots, na$ .

La sollicitación normal  $N$  excéntrica produce  $M = N \times e$ :

$$M_x = N \times e_y, \quad M_y = N \times e_x, \quad \text{con} \quad \text{tg } \beta = \frac{e_y}{e_x} \quad (4)$$

Se definen los esfuerzos reducidos correspondientes:

$$m_x = \frac{M_x}{b \times d^2 \times \beta_r}, \quad m_y = \frac{M_y}{d \times b^2 \times \beta_r}, \quad n = \frac{N}{b \times d \times \beta_r} \quad (5)$$

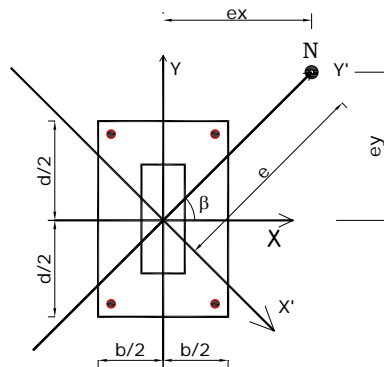


Figura 3. Solicitaciones

La resultante del esfuerzo de compresión se obtendrá integrando la zona comprimida de la sección en base al diagrama  $\sigma-\varepsilon$  correspondiente. Para ello se considerará, en el caso de una sección hueca, el esfuerzo total en la sección exterior (envolvente) a la que se restará el que se produce en la sección interior:

$$N_b = \int_{A_e} \sigma_b dA - \int_{A_i} \sigma_b dA \quad (6)$$

Se considera un sistema de ejes coordenados ortogonales  $X'-Y'$  rotado un ángulo  $(\beta-90)$  con respecto al sistema original  $X-Y$ , de tal

manera que el eje  $Y'$  coincida con la dirección de aplicación de la sollicitación exterior. La transformación entre sistemas coordenados es posible mediante las funciones:

$$x' = x \sin \beta - y \cos \beta \quad y' = x \cos \beta + y \sin \beta \quad (7)$$

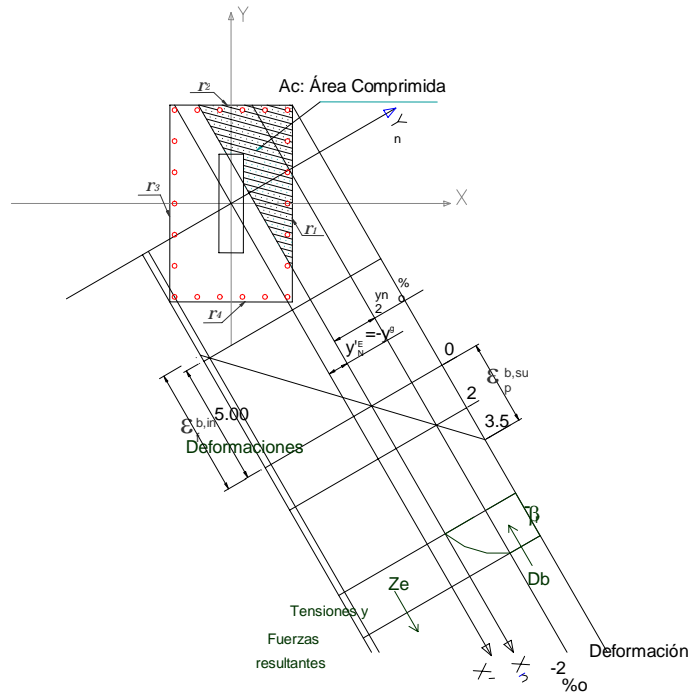
Admitiendo la hipótesis que las secciones permanecen planas después de haber sufrido deformación, y conociendo la deformación que sufren los puntos extremos de la sección, es posible arribar a las deformaciones que se producen en cada punto de la sección, mediante relaciones directas de proporcionalidad.

### Resultante de Compresión

La resultante de compresión está formada por la contribución del hormigón y del acero en la zona comprimida de la sección  $A_c$  (zona rayada de la figura 4):

$$N = N_b + \sum_{a=1}^{na} N_a = \int_{A_c} \sigma_b dA + \sum_{a=1}^{na} F e_c \sigma_e \quad (8)$$

Considérese, en figura 4, como caso particular el diagrama límite entre las zonas II y III (figura 2):  $\varepsilon_{b,sup} = -3.5\%$  y  $\varepsilon_{e,inf} = 5\%$ . La fuerza de compresión asociada al hormigón se obtendrá integrando el volumen de tensiones en el área comprimida. El procedimiento usado consiste en expresar las rectas que determinan las dimensiones de la sección en el sistema de coordenadas  $X'-Y'$ .



**Figura 4. Determinación de Resultantes**

Para la integración de las tensiones que se producen en el hormigón en la zona comprimida de la sección, se elige trabajar con un par de ejes coordenados, con las direcciones dadas a  $X'-Y'$ , con  $X'$  coincidente con el eje neutro. Este sistema de ejes coordenados ortogonales se denomina  $X_n - Y_n$ , Figura 4. Será un sistema de coordenadas dinámico, que irá variando de acuerdo al diagrama de deformaciones considerado. Las funciones de transformación del sistema  $X'-Y' \rightarrow X_n - Y_n$  son:

$$x_n = x' = x \sin \beta - y \cos \beta \quad (9)$$

$$y_n = y' - y'_{EN} = x \cos \beta + y \sin \beta - y'_{EN} \quad (10)$$

Por ejemplo, la fuerza de compresión que produce el hormigón en la sección exterior, con el diagrama de deformaciones adoptado, se obtiene mediante:

$$N_{b,e} = \int_{y_0}^{y_n|_{b,\text{sup}}} \left( \int_{x_n|_{e,\text{inf}}(y_n)}^{x_n|_{e,\text{sup}}(y_n)} \sigma_b(y_n) dx_n \right) dy_n \quad (11)$$

Con las mismas consideraciones anteriores se calcula el momento interno del hormigón referido al centro de gravedad de la sección  $M_{G,b} = M_{Ge,b} - M_{Gi,b}$ . El momento resultante en la sección:

$$M_G = M_{G,b} + \sum_{a=1}^{na} M_{G,a} \quad (12)$$

$$M_{Ge,b} = \int_{y_0}^{y_n|_{b,sup}} \left( \int_{x_n|_{e,inf}(y_n)}^{x_n|_{e,sup}(y_n)} \sigma_b(y_n)(y_n - y_G) dx_n \right) dy_n \quad (13)$$

$$M_{G,a} = Fe_a \sigma_{e,a} y'_a \quad (14)$$

A continuación se calculan los momentos que produce esta fuerza  $N_b$  con respecto a los ejes originales  $X-X$ :  $M_{x,b} = M_{Xe,b} - M_{Xi,b}$  e  $Y-Y$ :  $M_{y,b} = M_{Ye,b} - M_{Yi,b}$ :

$$M_{Xe,b} = \int_{y_0}^{y_n|_{b,sup}} \left( \int_{x_n|_{e,inf}(y_n)}^{x_n|_{e,sup}(y_n)} \sigma_b(y_n)(-x_n \cos \beta + (y_n - y_G) \sin \beta) dx_n \right) dy_n \quad (15)$$

$$M_{Ye,b} = \int_{y_0}^{y_n|_{b,sup}} \left( \int_{x_n|_{e,inf}(y_n)}^{x_n|_{e,sup}(y_n)} \sigma_b(y_n)(x_n \sin \beta + (y_n - y_G) \cos \beta) dx_n \right) dy_n \quad (16)$$

Se obtienen los esfuerzos reducidos que se generan en la sección por la sollicitación aplicada. Para ello se define:

$$\bar{\mu} = \frac{Fe\beta_s}{bd\beta_r} \quad Fe = \sum q_a Fe_a \quad (17)$$

Y así:

$$n = \frac{1}{\gamma_s} \frac{N}{bd\beta_r}, \quad n_b = \frac{1}{\gamma_s} \frac{N_b}{bd\beta_r}, \quad \boxed{n = n_b + \frac{1}{q} \frac{1}{\beta_s} \sum_{a=1}^{na} \sigma_{e,a} \bar{\mu}} \quad (18)$$

De igual manera para plantear el momento reducido:

$$m = \frac{1}{\gamma_s} \frac{M_G}{bd^2\beta_r}, \quad m_b = \frac{1}{\gamma_s} \frac{M_{G,b}}{bd^2\beta_r} \quad (19)$$

$$m = m_b + \frac{1}{q} \frac{1}{\gamma_s} \frac{1}{d\beta_s} \sum_{a=1}^{na} \sigma_{e,a} y'_a \bar{\mu} \quad (20)$$

Se obtienen ecuaciones del tipo:

$$\boxed{n = n_1 + n_2 \bar{\mu}} \quad \boxed{m = m_1 + m_2 \bar{\mu}} \quad (21)$$



Con estas ecuaciones es posible obtener las rectas que se trazan en el diagrama  $m-n$ .

$$n = \left( n_1 - \frac{m_1}{m_2} n_2 \right) + \frac{n_2}{m_2} m \quad (22)$$

Dando valores a  $\bar{\mu}$  se obtienen puntos sobre esta recta, que juntamente con los correspondientes puntos sobre las otras rectas (obtenidos de otras deformaciones características), permitirán el trazado de las curvas de igual cuantía.

## Ejemplos de Aplicación

### Ejemplo N° 1

Sección maciza de 40 cm x 50 cm con 20 barras de armaduras uniformemente distribuidas de igual sección, dispuestas con un recubrimiento 3 cm. Resistencia característica del hormigón  $\beta_r = 0.105 t/cm^2$ , tensión de fluencia del acero:  $\beta_s = 4.2 t/cm^2$ , módulo de elasticidad del acero  $E = 2100 t/cm^2$

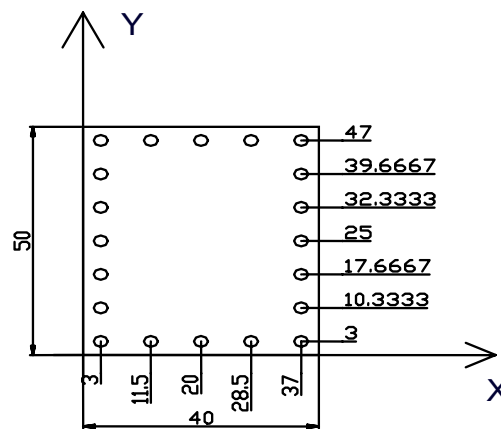


Figura 5. Sección Maciza. Dimensiones y Distribución de Armaduras

Si se considera flexión recta:  $\beta = 0$  la fuerza exterior se encuentra aplicada sobre el eje  $X-X$ , y el diagrama de interacción que se obtiene se presenta en Figura 7. Si la fuerza se aplicara sobre el eje  $Y-Y$ , produciría flexión recta con:  $\beta = 90$  (ver diagrama Figura 6).

La cuantía  $\omega_0$  que se obtiene del diagrama permite determinar la armadura total de la sección:  $A_{Total} = \omega_0 \frac{b \times d}{\beta_s / \beta_r}$ .

La superficie de interacción que se obtiene, para una cuantía  $\omega_0 = 2.00$  es la que se observa en la figura 7. Se encuentran proyectadas curvas de nivel en el plano  $m_x - m_y$ .

A continuación se presentan figuras que permiten una mejor visualización de las superficies que se obtienen para las cuantías:  $\omega_0 = 0.00 - 0.50 - 1.00 - 1.50 - 2.00$ , considerando que la aplicación de la fuerza exterior varía entre  $\beta = 5^\circ$  a  $45^\circ$  con un intervalo de  $5^\circ$ , Figura 8.

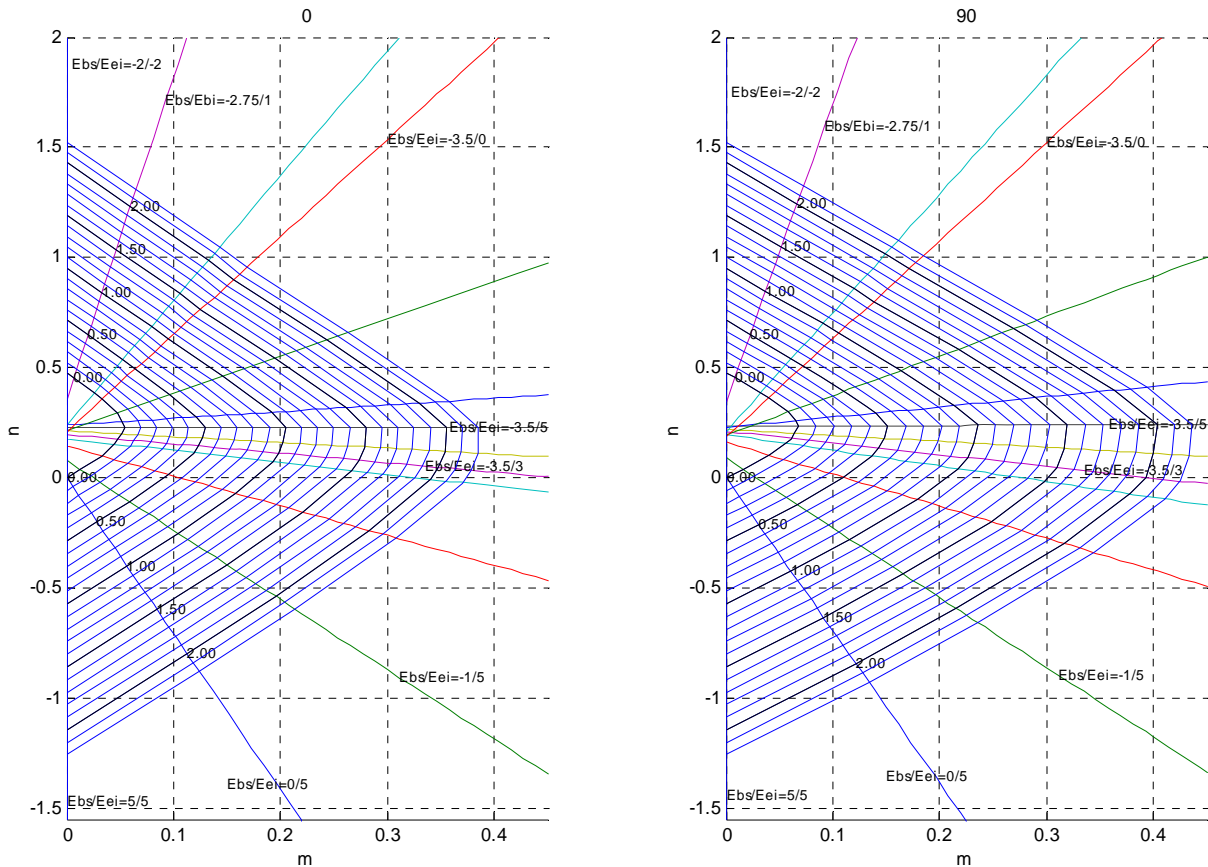
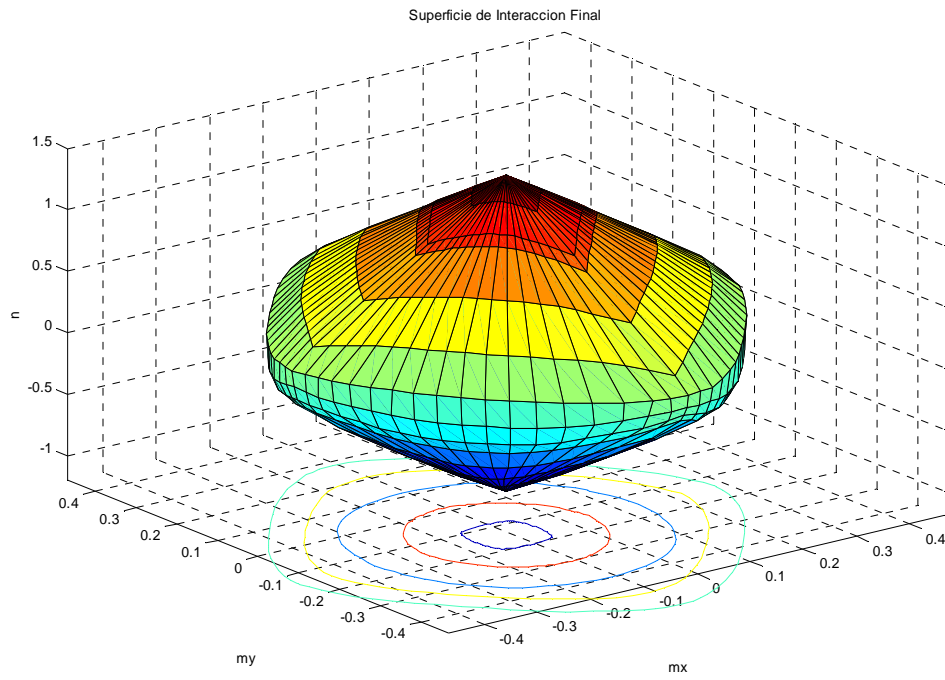
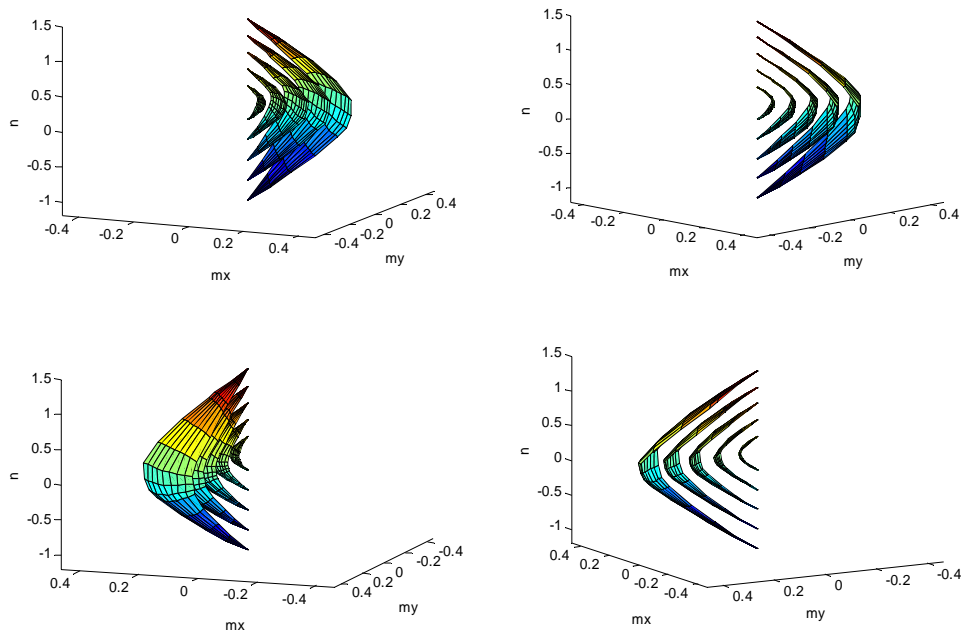


Figura 6. Diag. Interacción – Sección Maciza - Flexión Recta  $\beta = 0$  y  $\beta = 90$  - Ej. 1



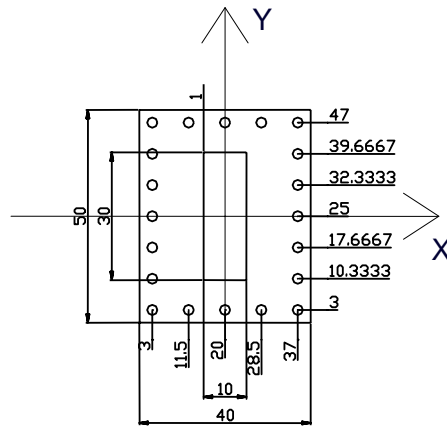
**Figura 7 – Superficie Interacción  $\omega_0 = 2.00$  para el ejemplo 1**



**Figura 8 – Corte de las Superficies de Interacción para cuantía variable**

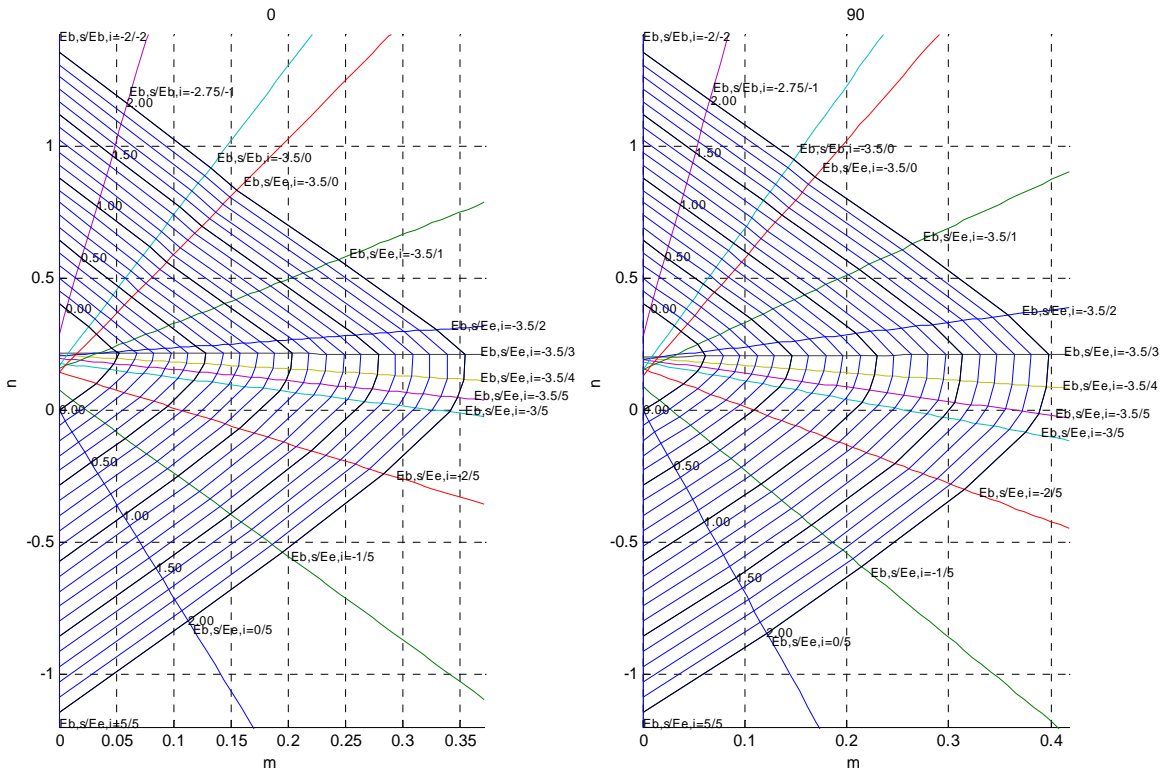
### Ejemplo N° 2

Se estudia una sección cajón de dimensiones exteriores y distribución de armadura iguales a las del ejemplo anterior. La sección interior hueca es de dimensiones: 10 cm x 30 cm, recubrimiento 3 cm. Resistencia característica del hormigón  $\beta_r = 0.105 t/cm^2$ , tensión de fluencia del acero:  $\beta_s = 4.2 t/cm^2$ , módulo de elasticidad del acero  $E = 2100 t/cm^2$

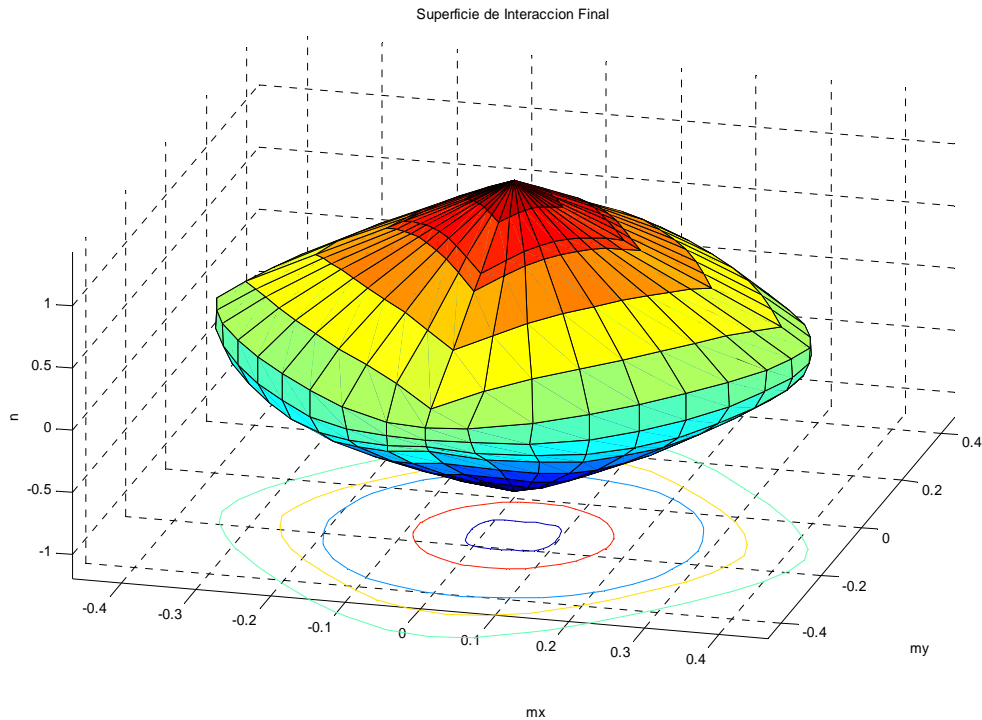


**Figura 9. Sección Hueca. Dimensiones y Distribución de Armaduras**

Los resultados se presentan a continuación. Se observa poca variación con respecto a los obtenidos para la sección maciza.



**Figura 10. Diag. Interacción – Sección Hueca - Flexión Recta  $\beta = 0$  y  $\beta = 90$  - Ej. 2**



**Figura 11 – Superficie Interacción  $\omega_0 = 2.00$  para el ejemplo 2**

En la figura 10 se muestran los resultados que se obtienen si se considera flexión recta:  $\beta = 0$  (fuerza aplicada sobre el eje  $X-X$ ) y con  $\beta = 90$  (fuerza se aplicara sobre el eje  $Y-Y$ ).

Se obtiene  $\omega_0$  y la armadura total es:  $A_{Total} = \omega_0 \frac{b \times d}{\beta_s / \beta_r}$ . Se muestra en figura 11 la superficie de interacción para una cuantía  $\omega_0 = 2.00$  con las proyecciones de las curvas de nivel en el plano  $m_x - m_y$ .

### **Hipótesis según lineamientos dados por Norma CIRSOC 201**

Se presentan a continuación las hipótesis establecidas para el diseño por resistencia de elementos solicitados a flexión y a cargas axiales de acuerdo a los lineamientos del Proyecto de Reglamento Argentino de Estructuras de Hormigón (CIRSOC 201). Se deben satisfacer las condiciones de equilibrio y de compatibilidad de deformaciones.

Se mantienen las hipótesis establecidas anteriormente, con las siguientes consideraciones:

- Las deformaciones específicas en la armadura y en el hormigón se deben suponer directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro. El procedimiento no es aplicable a vigas de gran altura, en las que se debe utilizar un análisis que considere una distribución no lineal de la deformación.
- Para la determinación de la resistencia nominal de la sección, se supone que la máxima deformación en la fibra extrema del hormigón sometida a compresión es igual a 0,003.
- La tensión en el acero se debe calcular como  $E_s$  veces la deformación de la armadura, siempre que dicha tensión resulte menor que la tensión de fluencia especificada  $f_y$ . Para deformaciones mayores que la correspondiente a  $f_y$ , la tensión se debe considerar independiente de la deformación, e igual a  $f_y$ .

$$\sigma_e = \begin{cases} E \varepsilon ; & \text{si } -2\% \leq \varepsilon \leq 2\% \\ f_y ; & \text{si } 2\% \leq \varepsilon \leq 10\% \\ -f_y ; & \text{si } -10\% \leq \varepsilon \leq -2\% \end{cases} \quad (26)$$

- Se desprecia la resistencia a la tracción del hormigón, debiéndose colocar armaduras para absorber tales esfuerzos.
- Para la relación entre la tensión de compresión y la deformación específica del hormigón:  $\sigma-\varepsilon$  se supone una distribución rectangular de tensiones equivalentes en el hormigón.
- La tensión en el hormigón se adopta igual a  $0.85f'_c$ , y se supone uniformemente distribuida en una zona de compresión equivalente, limitada por los extremos de la sección transversal, y por una línea recta paralela al eje neutro, a una distancia  $a = \beta_1 c$ , a partir de la fibra comprimida con deformación máxima.
- La distancia  $c$ , entre la fibra comprimida con deformación máxima y el eje neutro, se debe medir en dirección perpendicular a dicho eje.
- El valor del factor  $\beta_1$ , se adopta:

$$\text{Para: } \left. \begin{array}{l} f'_c \leq 30\text{MPa} : \beta_1 = 0.85 \\ f'_c > 30\text{MPa} : \beta_1 = 0.85 - 0.05 \frac{(f'_c - 30\text{MPa})}{7} \end{array} \right\}, \text{ con } \beta_1 \geq 0.65 \quad (27)$$

$$\text{Para } f'_c > 50 \text{ MPa} : \beta_1 = 0.65$$

El procedimiento de cálculo es el mismo expuesto anteriormente, pero se debe tener en cuenta que la fuerza de compresión que es capaz de resistir el hormigón ahora se obtiene al integrar el volumen de tensiones constantes ( $0.85 f'_c$ ) en el área comprimida.

Al considerar en el hormigón una distribución rectangular equivalente de tensiones, el eje neutro se ubica en otra posición.

Se opera también para la condición de deformación balanceada, que es la situación que se produce en la sección transversal cuando la deformación de la armadura más traccionada es la correspondiente a la tensión de fluencia especificada  $f_y$ , y en el hormigón más comprimido la deformación específica es igual al valor último, supuesto 0,003.

Con estas hipótesis se procede a aplicar el procedimiento antes descrito.

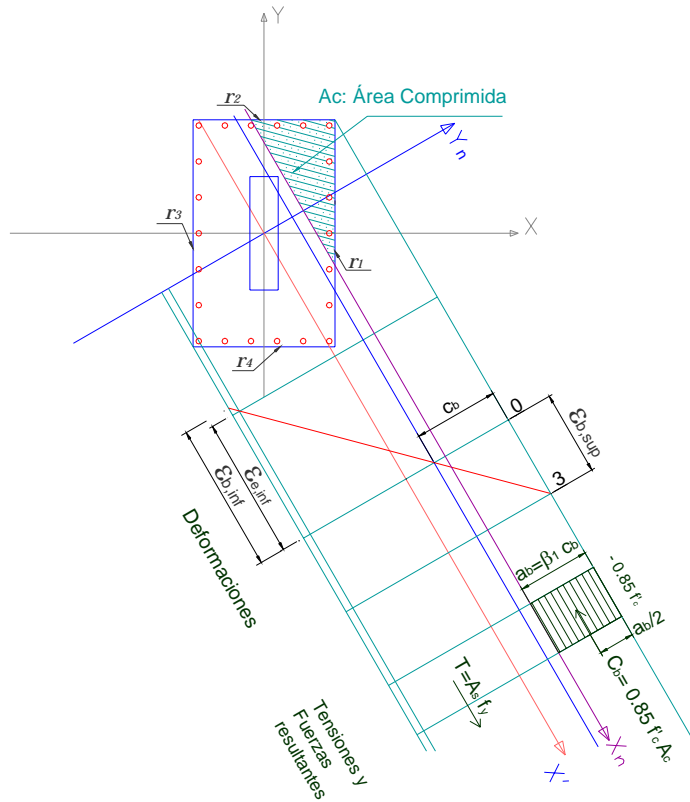
La fuerza de compresión que se produce en el hormigón, debida al diagrama de deformaciones adoptado, por ejemplo, para la sección exterior resulta:

$$C_{b,e} = \int_{y_0}^{y_n|_{b,\text{sup}}} \left( \int_{x_n|_{e,\text{inf}}(y_n)}^{x_n|_{e,\text{sup}}(y_n)} 0.85 f'_c dx_n \right) dy_n \quad (28)$$

La sección interior, es decir la parte hueca, se resta de la calculada anteriormente, para obtener la fuerza de compresión actuando en el hormigón  $C_b = \int_{A_e} \sigma_b dA - \int_{A_i} \sigma_b dA$ :

Con las mismas consideraciones anteriores, se determina el momento interno del hormigón, referido al centro de gravedad de la sección  $M_{G,b} = M_{Ge,b} - M_{Gi,b}$ .

Asimismo, se calculan los momentos que produce esta fuerza  $C_b$  con respecto a los ejes originales  $X-X$ :  $M_{x,b}$  e  $Y-Y$ :  $M_{y,b}$ .



**Figura 12– Tensión y Deformación adoptados CIRSOC 201**

El esfuerzo normal que se genera en la sección, para la condición de deformación dada es:

$$C = C_b + \sum_{a=1}^{na} C_a \quad C = C_b + \sum_{a=1}^{na} A_{s,a} \sigma_{s,a} \quad (29)$$

El momento que se genera con respecto al centro de gravedad de la sección, por la sollicitación aplicada es:

$$M_G = M_{G,b} + \sum_{a=1}^{na} M_{G,a} \quad (40)$$

En definitiva para la construcción del diagrama, se obtienen ecuaciones:

$$\boxed{N = N_1 + N_2 A} \quad \boxed{M = M_1 + M_2 A} \quad (41)$$

$$N = \left( N_1 - \frac{M_1}{M_2} N_2 \right) + \frac{N_2}{M_2} M \quad (42)$$



La resistencia de diseño se obtiene de la resistencia nominal calculada multiplicada por el factor  $\phi$  de reducción de resistencia, que para aquellas combinaciones que no incluyan sismo es:

- Secciones controladas por tracción:  $\phi = 0.90$
- Secciones controladas por compresión en elementos no armados con zunchos:  $\phi = 0.70$
- En secciones en las cuales la deformación específica neta de tracción en el acero más traccionado, para la resistencia nominal, está comprendida entre los límites establecidos para las secciones controladas por compresión y por tracción,  $\phi$  varía linealmente.

Los resultados que se presentan consideran estos casos.

### Ejemplo N° 3

Sección hueca. Dimensiones exteriores: 0.40 m x 0.50 m; interior: 0.10 m x 0.30 m, con 20 barras de armaduras de 2 cm<sup>2</sup> de sección cada una uniformemente distribuidas; recubrimiento 3 cm (figura 5). Resistencia característica de rotura a compresión  $f'_c = 20 \text{ MPa}$ , tensión de fluencia del acero  $f_y = 420 \text{ MPa}$ , módulo de elasticidad del acero  $E_s = 200000 \text{ MPa}$

En la figura 13 se muestran los resultados que se obtienen al considerar flexión recta:  $\beta = 0$  (fuerza aplicada sobre el eje  $X-X$ ) y  $\beta = 90$  (fuerza se aplicada sobre el eje  $Y-Y$ ), para la sección y armadura dadas.

La figura 14 muestra distintas vistas de la superficie de interacción resultante.

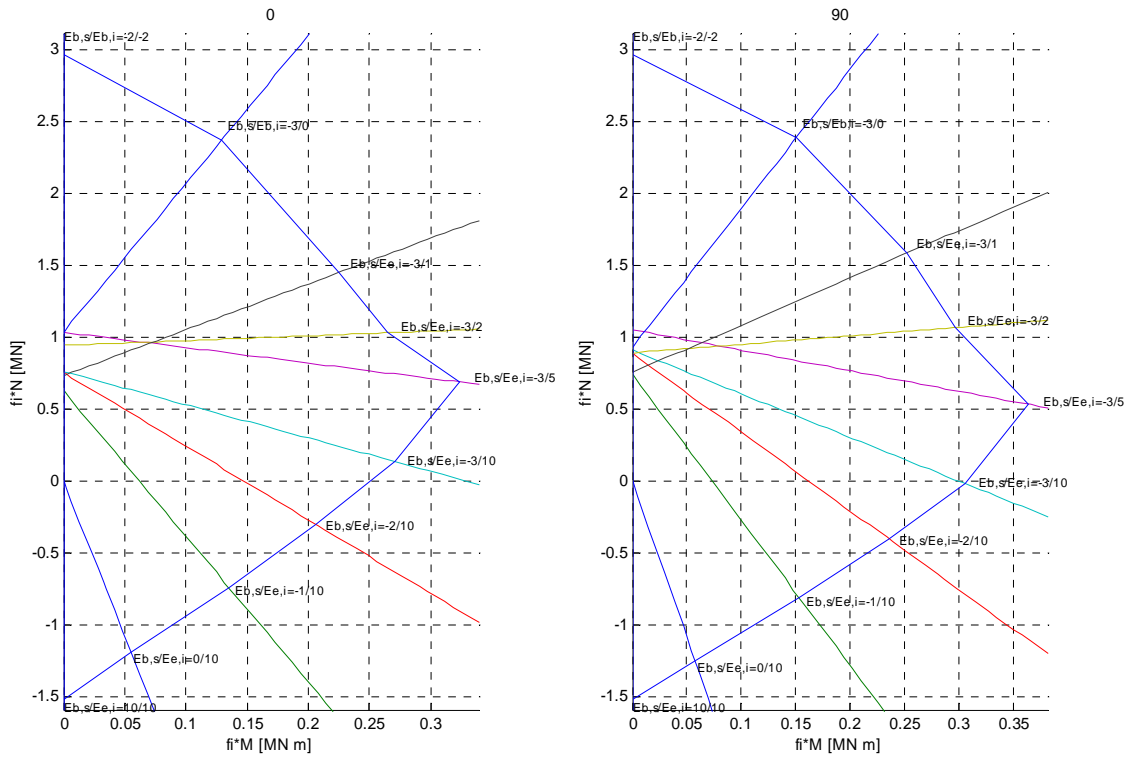


Figura 13 Diag. Interacción – Sección Maciza - Flexión Recta  $\beta = 0$  y  $\beta = 90$  - Ej. 3

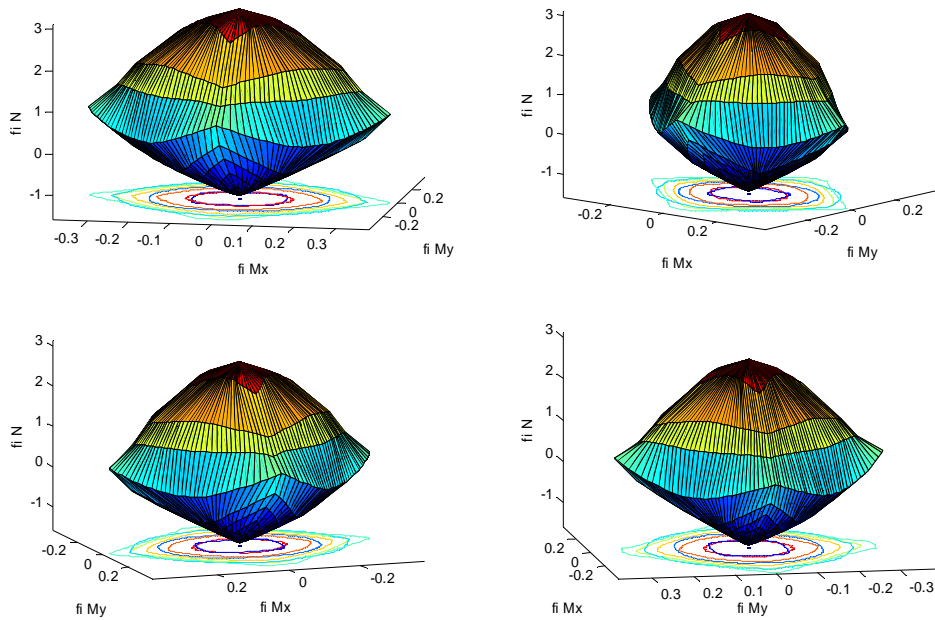


Figura 14 - Vistas de la Superficie de Interacción Resultante

## **Conclusiones**

El trabajo permite presentar una solución a los problemas de dimensionamiento o verificación de secciones de hormigón armado con distintas configuraciones y con distintas disposiciones de armadura, sometidas a flexión oblicua combinada con sollicitación axial.

El método es exacto y el procedimiento sencillo. Es posible visualizar, en forma clara, los resultados que se obtienen y las superficies de interacción correspondientes a la sección en estudio, lo que posibilita el análisis y comparación con el comportamiento de otras configuraciones de secciones, en forma rápida y eficiente.

El método permite la fácil adaptación del programa a distintas hipótesis que se quisieran proponer; y evaluar, comparativamente, los resultados que de las mismas se obtienen. En el trabajo desarrollado se considera la configuración de rotura propuesta por la norma DIN 1045, y las resistencias de diseño del CIRSOC 201.

## **Bibliografía**

DIN 1045

Presidencia de la Nación - Secretaría de Obras Públicas. Proyecto de Reglamento Cirsoc 201.